Slide 127

Décroissance Libre

thomas.gomez@upmc.fr

127

Slide 128

Décroissance Libre

☑ **Hypothèse : THI**

☑ **Question : Quels paramètres fixent la décroissance de l'énergie cinétique?**

☑ **Hypothèses : Décroissance algébrique**

☑ **Paramètres :**

☑ **Nombre de Reynolds**

☑ **Conditions initiales**

☑ **Pente spectrale à grande échelle**

$$\mathcal{K}(t) \propto t^{-n}$$

$$\mathcal{K}_\theta(t) \propto t^{-n_\theta}$$

thomas.gomez@upmc.fr

128

Slide 129

Exposants de décroissance cinétique
Meldi & Sagaut

FIGURE 1. Histogram representing the distribution of the power-law exponent n_u related to the turbulent kinetic energy. The histogram is constructed from ~650 experimental and direct numerical simulation (DNS) values published in international journals during the last 50 years. Shaded regions are related to possible values found by Meldi et al. (2011) via a generalized polynomial chaos-based uncertainty analysis for Saffman and Batchelor turbulence. Dashed vertical lines denote the minimum and maximum values given by uncertainty analysis considering a uniform distribution of σ within the interval [1, 4].

thomas.gomez@upmc.fr

129

Slide 130

Expériences

Table 2. Grid turbulence experiment results reported in the open literature. The maximum values of the investigated Reynolds numbers Re_M and Re_λ, which are respectively based on the grid characteristic length M and on the Taylor microscale λ, are reported.

	Grid	Re_M	Re_λ	Wind Tunnel tr. section (m × m)	length (m)	U_0 (m s^{-1})
Comte-Bellot and Corrsin [4]	conventional	$3.4 \cdot 10^4$	72	1.3 × 1	12	10
Mohamed and La Rue [7]	biplane	$1.2 \cdot 10^4$	43	0.9 × 0.6	6.7	12
Makita [43]	active	$1.56 \cdot 10^4$	387	0.7 × 0.7	6	10
Kang et al. [44]	active	$1.21 \cdot 10^5$	720	1.2 × 0.9	10	11.4
Lavoie et al. [45]	conventional	$1.97 \cdot 10^4$	42	0.35 × 0.3	2.8	12.1
Hurst and Vassilicos [46]	fractal		500	0.9 × 0.9	4.8	12
Mazellier and Vassilicos [47]	fractal		370	0.46 × 0.46	5.4	15
Krogstad and Davidson [19]	multiscale	$2.4 \cdot 10^4$	90	2.7 × 1.8	12	9

Meldi & Sagaut 2012

thomas.gomez@upmc.fr

130
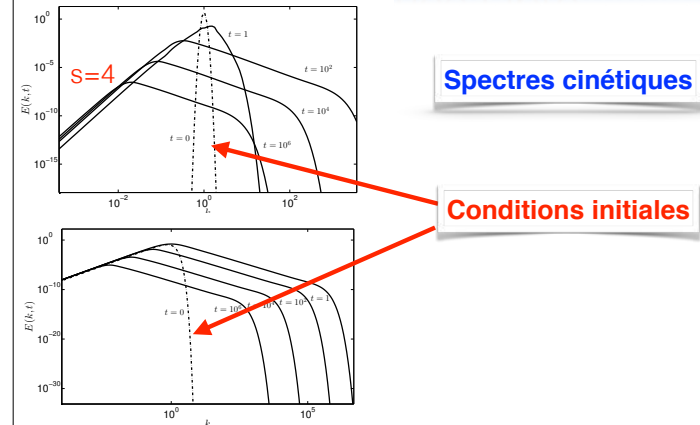
Slide 122

Simulations numériques

Table 3. Direct numerical simulation (DNS) results of the isotropic turbulence test case, recently published in the open literature.

	Nr. mesh elements	Re_λ	Case investigated
Ishida et al. [12]	1024^3	$31 - 250$	HIT free decay
Ishida et al. [48]	4096^3	1200	forced HIT
Yeung et al. [49]	4096^3	1000	forced HIT
Pirozzoli [50]	512^3	251	forced HIT
Schaefer et al. [51]	1024^3	$50 - 116$	HIT free decay
Spyksma et al. [52]	1024^3	218.1	forced HIT

Meldi & Sagaut 2012

122   thomas.gomez@upmc.fr

Slide 123

Décroissance Libre

s=4

Spectres cinétiques

Conditions initiales

123   thomas.gomez@upmc.fr

Slide 124

Décroissance Libre

s=1

s=2

Saffman

Spectre cinétique

Batchelor

s=4

Backscatter

S=1,2,4

124   thomas.gomez@upmc.fr

Slide 125
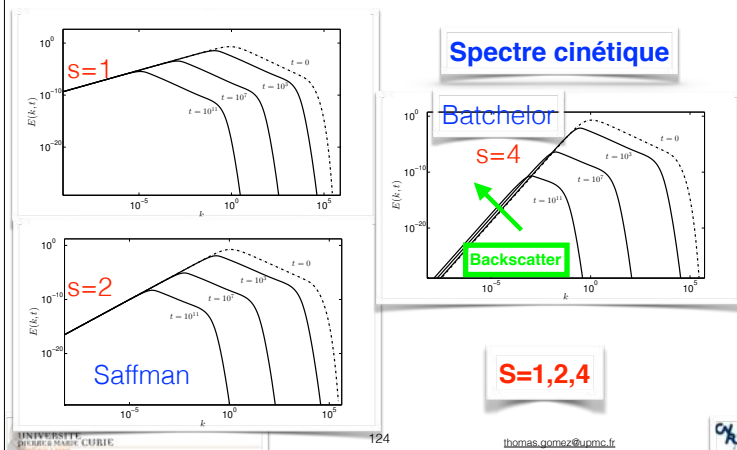
Décroissance Libre

☑ **Méthode :** **Comte Bellot — Corrsin**

☑ **Hypothèses :** **Forme du spectre** + **Décroissance algébrique**

$$E(k,t) = \begin{cases} Ak^s & kL(t) \leq 1, \quad 1 \leq s \leq 4 \\ K_0 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} & kL(t) \geq 1 \end{cases}$$

$$L(t) \propto (t - t_0)^{2/(3+s)}$$

$$\varepsilon(t) \propto (t - t_0)^{-3(s+5/3)/(3+s)}$$

125   thomas.gomez@upmc.fr

Décroissance Libre
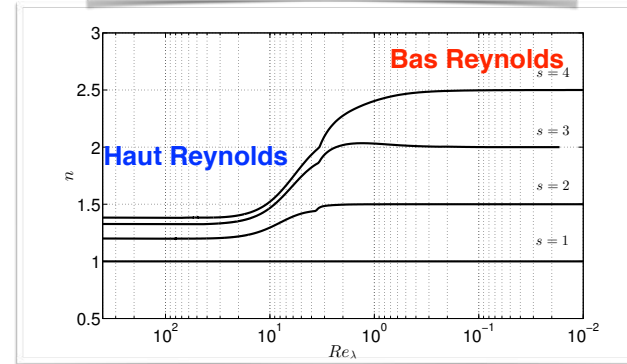
☑ **Méthode : Comte Bellot Corrsin**

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\mathcal{K}(t)}{dt} \Longrightarrow \mathcal{K}(t) \propto t\varepsilon(t)$$

$$\mathcal{K}(t) \propto (t - t_0)^{-2(s+1)/(3+s)}$$

$$Re_t = \frac{L(t)\sqrt{\mathcal{K}(t)}}{\nu} \propto (t - t_0)^{(1-s)/(3+s)}$$

Décroissance Libre

Exposants de décroissance cinétique

Décroissance Libre

Exposants de décroissance cinétique
Haut Reynolds

	Saffman		**Batchelor**		
	$s = 1$	$s = 2$	$s = 3$	$s = 4$	$s = +\infty$
$\mathcal{K}(t)$	$\propto t^{-1}$	$\propto t^{-6/5}$	$\propto t^{-4/3}$	$\propto t^{-10/7}$	$\propto t^{-2}$
$\varepsilon(t)$	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-11/5}$	$\propto t^{-7/3}$	$\propto t^{-17/7}$	$\propto t^{-3}$
$L(t)$	$\propto t^{1/2}$	$\propto t^{2/5}$	$\propto t^{1/3}$	$\propto t^{2/7}$	Cste
$Re_L(t)$	Cste	$\propto t^{-1/5}$	$\propto t^{-1/3}$	$\propto t^{-3/7}$	$\propto t^{-1}$

Pas physique!!!

Backscatter à grande échelle

Décroissance Libre

☑ **Comte Bellot Corrsin : Bas Reynolds**

$$\mathcal{K}(t) \sim \int_0^{1/L(t)} A k^s dk$$

$$\mathcal{K}(t) \sim \int_0^{1/(\gamma\sqrt{\nu t})} A k^s dk = \frac{A}{s+1}\left(\frac{1}{\gamma\sqrt{\nu}}\right)^{(s+1)/2} t^{-(s+1)/2}$$

$$\mathcal{K}(t) \propto t^{-(s+1)/2}, \quad \varepsilon(t) \propto t^{-(s+3)/2}, \quad L(t) \propto t^{(3-s)/4}, \quad Re_L(t) \propto t^{(1-s)/2}$$

Slide 1

Décroissance Libre

**Exposants de décroissance cinétique
Bas Reynolds**

	$s=1$	$s=2$	$s=3$	$s=4$
$\mathcal{K}(t)$	$\propto t^{-1}$	$\propto t^{-3/2}$	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-5/2}$
$\varepsilon(t)$	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-5/2}$	$\propto t^{-3}$	$\propto t^{-7/2}$
$L(t)$	$\propto t^{1/2}$	$\propto t^{1/4}$	Cste	$\propto t^{-1/4}$
$Re_L(t)$	Cste	$\propto t^{-1/2}$	$\propto t^{-1}$	$\propto t^{-3/2}$

130
thomas.gomez@upmc.fr

139

Slide 2

Décroissance Libre

☑ **Hypothèse : THI => Scalaire passif**

☑ **Hypothèse : Décroissance algébrique**

$$\mathcal{K}(t) \propto t^{-n}$$

$$\mathcal{K}_\theta(t) \propto t^{-n_\theta}$$

131
thomas.gomez@upmc.fr

140

Slide 3

Décroissance Libre

☑ **Hypothèse : THI => Scalaire passif**

☑ **Hypothèse : Décroissance algébrique**

Reference	Re	Predictions	
Corrsin (1951)	High	$K \propto t^{-10/7}$	$K_T \propto t^{-6/7}$
Corrsin (1951)	Low	$K \propto t^{-5/2}$	$K_T \propto t^{-3/2}$
Nelkin & Kerr (1981)	High	$K \propto t^{-6/5}$	$K_T \propto t^{-6/5}$
Ristorcelli & Livescu (2004)	High	$K \propto t^{-1}$	$K_T \propto t^{-1}$

132
thomas.gomez@upmc.fr

141

Slide 4

Décroissance du scalaire passif

Très peu de donnée…

133
thomas.gomez@upmc.fr

142
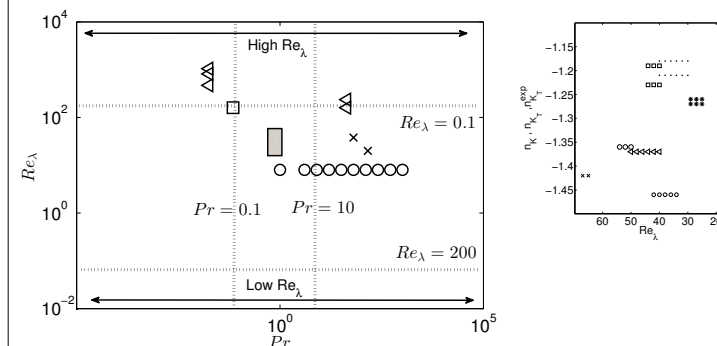
Décroissance Libre

☑ **Comte-Bellot Corrsin**

☑ **Hypothèses : Forme du spectre**

$$E_\theta(k,t) = \begin{cases} A_T k^p & kL(t) \le 1, \quad 1 \le s \le 4 \\ c_\beta \varepsilon^{-1/3} \varepsilon_\theta k^{-5/3} & kL(t) \ge 1 \end{cases}$$

$$\varepsilon_\theta \propto (t-t_0)^{-(s+2p+5)/(3+s)}$$
$$\mathcal{K}_\theta \propto (t-t_0)^{-2(p+1)/(3+s)}$$
$$R_c = \frac{\mathcal{K}}{\varepsilon}\frac{\varepsilon_\theta}{\mathcal{K}_\theta} = \frac{s+1}{p+1}$$

134   thomas.gomez@upmc.fr

Décroissance Libre

Exposants de décroissance scalaire Haut Reynolds

	p	$s=1$	$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=+\infty$
$\mathcal{K}_\theta(t)$	1	$\propto t^{-1}$	$\propto t^{-4/5}$	$\propto t^{-2/3}$	$\propto t^{-4/7}$	Cste
	2	$\propto t^{-3/2}$	$\propto t^{-6/5}$	$\propto t^{-1}$	$\propto t^{-6/7}$	Cste
	4	$\propto t^{-5/2}$	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-5/3}$	$\propto t^{-10/7}$	Cste
$\varepsilon_\theta(t)$	1	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-9/5}$	$\propto t^{-5/3}$	$\propto t^{-11/7}$	$\propto t^{-1}$
	2	$\propto t^{-5/2}$	$\propto t^{-11/5}$	$\propto t^{-2}$	$\propto t^{-13/7}$	$\propto t^{-1}$
	4	$\propto t^{-7/2}$	$\propto t^{-3}$	$\propto t^{-8/3}$	$\propto t^{-17/7}$	$\propto t^{-1}$
R_c	1	$=1$	$=3/2$	$=2$	$=5/2$	$\sim \infty$
	2	$=2/3$	$=1$	$=4/3$	$=5/3$	$\sim \infty$
	4	$=2/5$	$=3/5$	$=4/5$	$=1$	$\sim \infty$

135   thomas.gomez@upmc.fr

Décroissance Libre

Exposants de décroissance cinétique et scalaire Haut et Bas Reynolds

Reynolds	Cases	n_K, n_{K_T}	$n_\varepsilon, n_{\varepsilon_T}$	n_L, n_{L_T}	n_{Re_L}	n_{Re_λ}
High	Kinetic	$-2\frac{s-p+1}{s-p+3}$	$-3\frac{s-p+5/3}{s-p+3}$	$\frac{2}{s-p+3}$	$-\frac{s-p-1}{s-p+3}$	$-\frac{1}{2}\frac{s-p-1}{s-p+3}$
	Scalar	$-2\frac{s'-p'+1}{s-p+3}$	$-\frac{s-p+5+2s'-2p'}{s-p+3}$	$\frac{2}{s-p+3}$		
Low	Kinetic	$-\frac{s+1}{2}$	$-\frac{s+3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{s-1}{4}$	$-\frac{s-1}{8}$
	Scalar	$-\frac{s'+1}{2}$	$-\frac{s'+3}{2}$	$\frac{1}{2}$		

Approche : Comte-Bellot Corrsin

136   thomas.gomez@upmc.fr