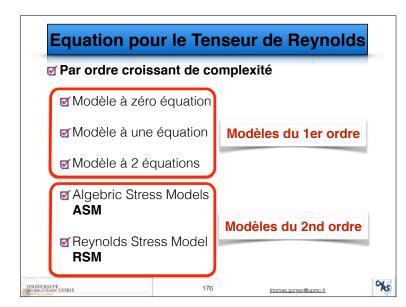
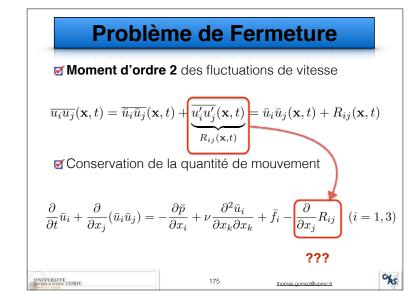
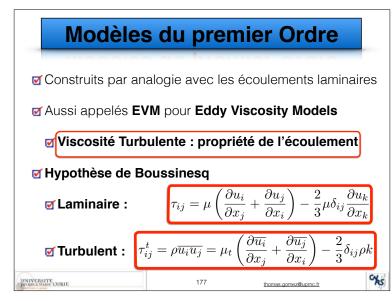
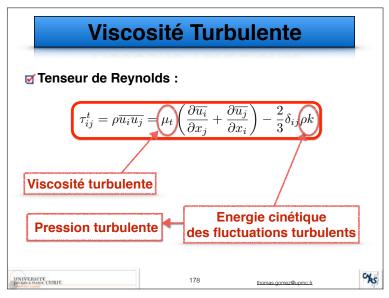
Modélisation Statistique de la Turbulence

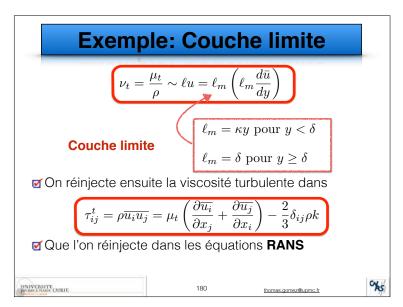








189



Modèle à zéro équation

- ☑ Pas d'EDP décrivant le transport des contraintes turbulentes
- ☑ Une simple relation algébrique est utilisée pour fermer les équations
- ☑ Sur la base de la théorie de la **longueur de mélange** = longueur caractéristique d'interaction des tourbillons
- **☑** L'analyse dimensionnelle donne

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \sim \ell u = \ell_m \left(\ell_m \frac{d\bar{u}}{dy} \right)$$

190

Modèle à UNE équation

On dérive une EDP pour l'énergie cinétique des fluctuations turbulentes

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} R_{ii}$$

ullet La viscosité turbulente est obtenue à partir de ${\mathcal K}$

$$\mu_t = C_\mu \sqrt{\mathcal{K}} \ell_m$$

UNIVERSITE DICUGES NAME CURIE

UNIVERSITE CURIE

181

thomas.gomez@upmc.fr

CAS

CAS





UNIVERSITE CURIE

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{K} + \frac{\partial}{\partial x_l}(\bar{u}_l\mathcal{K}) = -R_{il}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_l} - \frac{\partial}{\partial x_l}\overline{u_i'u_i'u_l'} - \varepsilon$$
$$-\frac{\partial}{\partial x_l}\overline{p'u_l'} + \nu\frac{\partial^2}{\partial x_l\partial x_l}\mathcal{K}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{K} + \frac{\partial}{\partial x_l}(\bar{u}_l\mathcal{K}) = \frac{\partial}{\partial x_l}\left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_l}\right] + P_k - \varepsilon$$

$$P_{k} = \overline{u_{i}u_{l}} \frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{l}} = \nu_{t} \left(\frac{\partial \overline{u_{i}}}{\partial x_{l}} + \frac{\partial \overline{u_{l}}}{\partial x_{i}} \right) \frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{l}}$$

$$\varepsilon \equiv \nu \frac{\partial u'_{i}}{\partial x_{l}} \frac{\partial u'_{i}}{\partial x_{l}} \sim \frac{\mathcal{K}^{3/2}}{l} \Longrightarrow \varepsilon = C_{d} \frac{\mathcal{K}^{3/2}}{\ell_{m}}$$

Modèle

ops

182 thomas.gome

193

Modèle K-Epsilon

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{K} + \frac{\partial}{\partial x_l} (\bar{u}_l \mathcal{K}) = -R_{il} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_l} - \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{u'_i u'_i u'_l} - \varepsilon$$
$$- \frac{\partial}{\partial x_l} \overline{p' u'_l} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_l} \mathcal{K}$$

$$\mathcal{P} = -R_{il} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_l} \approx 2\nu_t \bar{S}_{il} \bar{S}_{il} = C_\mu \frac{\mathcal{K}^2}{\varepsilon} \left| \underline{\underline{S}} \right|^2$$

☑ Modélisation par le concept de viscosité turbulente

$$-\frac{\partial}{\partial x_l} \left(\overline{u_i' u_i' u_l'} + \overline{p' u_l'} \right) \approx \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_K} \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_l} \right)$$

UNIVERSITE CURIE

184

thomas.gomez@upmc.fr

cys

Modèle à DEUX équations

✓ Une EDP pour l'énergie cinétique des fluctuations turbulentes

 $\mathcal{K} = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} R_{ii}$

arphi Une EDP pour le **taux de dissipation** de la turbulence arepsilon

$$\mu_t \sim ul = \mathcal{K}^{1/2} \left(\frac{\mathcal{K}^{3/2}}{\varepsilon} \right) \Longrightarrow \mu_t = C_\mu \frac{\mathcal{K}^2}{\varepsilon}$$

UNIVERSITE CURIE

183

194

Equations du Modèle K-Epsilon

$$\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} = C_\mu \frac{\mathcal{K}^2}{\varepsilon} \left| \underline{\underline{S}} \right|^2 - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\mathcal{K}}} + \nu \right) \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} \right)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\varepsilon}{\mathcal{K}} \left(C_{\varepsilon_1} \mathcal{P} - C_{\varepsilon_2} \varepsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right)$$

☑Lois de parois : En proche paroi la viscosité ne peut plus être négligée

② ...

UNIVERSITE CURIE

105

omas.gomez@upmc

CYS

Equations du Modèle K-Omega

$$\omega = \varepsilon / \mathcal{K}$$

$$\nu_t = C_\mu \frac{\mathcal{K}}{\omega}$$

$$\frac{\partial \mathcal{K}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} = C_\mu \frac{\mathcal{K}}{\omega} \left| \underline{\underline{S}} \right|^2 - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\mathcal{K}}} + \nu \right) \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial x_j} \right)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = C_{\mu} C_{\omega_1} |\underline{\underline{S}}|^2 - C_{\omega_2} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\omega}} + \nu \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right)$$

5 paramètres libres

UNIVERSITE CURIE

CYS

197

Formulation générique

Model		l	m
Chou (1945), Launder,	$K - \varepsilon$	0	1
Kolmogorov (1942) , Saffman, Wilcox, Menter	$K - \omega$	-1	1
Cousteix (1997), Aupoix	$K - \varphi$	-1/2	1
Rotta (1951), Smith	K-l	3/2	-1
Speziale (1990)	$K - \tau$	1	-1
Zeierman (1986)	$K - K\tau$	2	-1
Saffman (1970), Launder, Spalding, Wilcox	$\mathcal{K} - \omega^2$	-2	2
Rotta (1968), Rodi, Spalding	K - Kl	5/2	-1
Glushko (1971)	$K - l^2$	3	-2

UNIVERSITE CURIE

thomas.gomez@upmc.fr

CYS

Formulation générique des modèles à 2 équations

modèle $\mathcal{K} - \phi$ où $\phi = \mathcal{K}^l \varepsilon^m$

Analyse dimensionelle $u_t = C_\mu \mathcal{K}^{2+l/m} \phi^{-1/m}$

Formulation standard pour ϕ

5 inconnues

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\phi}{\mathcal{K}} \left(C_{\phi_1} \mathcal{P} - C_{\phi_2} \varepsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\phi} + \nu \right) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$$

UNIVERSITE CURIE

198

Modèles du second ordre

- **Principe**: utiliser les équations de la dynamique pour déterminer les moments d'ordre 2 (Reynolds Stress), plutôt que d'utiliser l'hypothèse de Boussinesa.
- ☑ Utile pour les «écoulements anisotropes».
- **☑** Exemples :

 - ☑ Reynolds Stress Model (RSM)

UNIVERSITE CURIE

thomas.gomez@upmc.fr



CYS